

**I PROGETTI NAZIONALI PER LA MATEMATICA
D'INIZIATIVA DELLA DIREZIONE GENERALE PER GLI
ORDINAMENTI SCOLASTICI E PER L'AUTONOMIA
SCOLASTICA DEL MIUR**

Giornate matematiche

Perugia, 18/01/2013

**La prova scritta di matematica: i risultati dell'indagine e
delle esperienze di valutazione in Umbria**

Prof.ssa Luisa Buglioni
Liceo Scientifico "G. Alessi"

La griglia



La valutazione della 2° prova dell'esame di Stato è stata elaborata da circa 130 insegnanti della quinta classe del Liceo Scientifico, provenienti da tutte le regioni d'Italia.
Per l'Umbria hanno partecipato due docenti.

L'indagine

L'iniziativa di “indagare” sui risultati della prova scritta di matematica agli esami di stato dei licei scientifici è stata attuata attraverso il servizio “matmedia” dal 2001.

- Dal 2001 la prova scritta ha avuto una struttura, articolata in problemi e quesiti.
- Dallo stesso anno 2001 è stata realizzata, curata da ispettori tecnici, una indagine nazionale sui risultati della prova.
- Dal 2001 *www.matmedia.it* si è posto come sito di riferimento per docenti ed alunni offrendo riflessioni, critiche, indici di difficoltà.

WWW.MATMEDIA.IT

Windows Internet Explorer

Home Page

Laboratorio a distanza MATMEDIA

Convegno di Presentazione dei Risultati dell'Indagine Nazionale MATMEDIA
- Salerno dal 28 al 30 agosto 2012 ([Scarica il Programma](#)) -

INDAGINE NAZIONALE 2012

Una delle iniziative per migliorare gli apprendimenti in Matematica, già da alcuni anni promossa dalla Direzione Generale per gli Ordinamenti Scolastici e per l'Insegnamento Scolastico del MIUR, ha posto di rilievo l'anno scorso l'indagine nazionale sui risultati di apprendimento di Matematica nel Triennio di Scuola. Proponiamo di seguirne lo sviluppo, in collaborazione con l'Ente Nazionale per gli Studi e la Ricerca.

[Le risposte ai quesiti](#)
[La parte operativa per gli esperti](#)
[Ultimo della Circola di Valutazione](#)
[Il database delle risposte](#)
[Le tracce](#)



[L'area dei materiali](#)
[La circolare del MIUR](#)
[I Questionari Regionali](#)
[Le circolari del MIUR e del MIUR per il MAE/MIUR](#)

[Copie Circolazione PDS](#)
[Longfile PDS - Circola - PDS](#)

Windows Taskbar: CPU 100%, RAM 100%, Internet Explorer, MATMEDIA, System Tray: 10:00 AM, 28/08/2012

Griglia di valutazione Ordinamento 2012

CATEGORIE PER LA VALUTAZIONE	Problemi (Valore massimo attribuibile 20/100 per ognuno)		Quiziti (Valore massimo attribuibile 75/150 = 50%)										P.T.
	1	2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	
CONOSCENZE Conoscenza di principi, norme, istituti, istituti, regole, procedure, metodi e tecniche	___/24	___/20	___/7	___/7	___/8	___/7	___/8	___/8	___/7	___/6	___/8	___/8	
CAPACITA' LOGICHE ED ARGOMENTATIVE Organizzazione e sviluppo di argomentazioni e abilità per analizzare, valutare, elaborare, e spiegare di lingua, di conoscenza e di conoscenza della lingua, problemi e regole, regole, regole, abilità di problem solving, controllo e monitoraggio	___/25	___/24	___/8	___/5	___/3	___/2	___/10	___/5	___/5	___/2	___/10	___/5	
CORRETTIZIONE E CHIAREZZA DEGLI SVOLGIMENTI Correttezza nel calcolo, nell'applicazione di norme e procedure. Chiarezza e coerenza nell'esposizione delle rappresentazioni, giustificazioni e dei risultati.	___/10	___/16			___/7	___/4		___/5	___/3	___/7		___/5	
COMPLETEZZA Presenza completa delle parti e completezza degli sviluppi argomentativi	___/18	___/18	___/8		___/2								
Totale													

TABELLA DI CONVERSIONE DAL PUNTEGGIO GREZZO AL VOTO IN QUINDICESIMI

Punteggio	0-3	4-10	11-18	19-26	27-34	35-43	44-52	54-63	64-74	75-85	86-97	98-109	110-123	124-137	138-150
Voto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Griglia P.N.I.

CRITERI PER LA VALUTAZIONE	Problemi (Valore massimo attribuibile 75/150 per ognuno)		Quesiti (Valore massimo attribuibile 75/150 = 15x5)										P.T.
	1	2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	
	CONOSCENZE <i>Conoscenza di principi, teorie, concetti, termini, regole, procedure, metodi e tecniche</i>	___/20	___/25	___/7	___/5	___/7	___/5	___/5	___/5	___/5	___/7	5	
CAPACITA' LOGICHE ED ARGOMENTATIVE <i>Organizzazione e utilizzazione di conoscenze e abilità per analizzare, scomporre, elaborare. Proprietà di linguaggio, comunicazione e commento della soluzione puntuali e logicamente rigorosi. Scelta di procedure ottimali e non standard.</i>	___/30	___/25	___/2	___/5	___/2	___/10	___/10	___/2	___/5	___/7	___/10	___/5	
CORRETTEZZA E CHIAREZZA DEGLI SVOLGIMENTI <i>Correttezza nei calcoli, nell'applicazione di tecniche e procedure. Correttezza e precisione nell'esecuzione delle rappresentazioni geometriche e dei grafici.</i>	___/10	___/15	___/6	___/5	___/6			___/5	___/3	___/3		___/4	
COMPLETEZZA <i>Problema risolto in tutte le sue parti e risposte complete ai quesiti affrontati.</i>	___/15	___/10						___/3				___/3	
<i>Totali</i>													

TABELLA DI CONVERSIONE DAL PUNTEGGIO GREZZO AL VOTO IN QUINDICESIMI

Punteggio	0-3	4-10	11-18	19-26	27-34	35-43	44-51	54-63	64-74	75-85	86-97	98-109	110-123	124-137	138-150
Voto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Il Questionario

- Svolgimento quesiti
- Risultati valutazione
- Aspetti didattici e valutazione
 - Utilizzo Griglia
 - Difficoltà studenti
- Continuità e giudizio traccia
 - 2 Risposte aperte

Partecipazione regioni al Questionario



- Hanno partecipato alla compilazione del questionario il 56% delle commissioni.
- La più alta percentuale di partecipazione: Abruzzo col 100%.
- La più bassa: Trentino Alto Adige col 23.7%.

Utilizzo della griglia nelle Regioni

- E' stata utilizzata la griglia per il 49,5% delle classi.
- La più alta percentuale di partecipazione: Molise col 96,4%.
- La più bassa: Trentino Alto Adige con il 18,2%.

I numeri in Umbria

Indirizzo Classi	Commissioni	Candidati
Ordinamento 47	28	1023
PNI 24	16	494
Liceo Comunicazione 1	1	23

I risultati del 2011 in Umbria



Hanno risposto al questionario il 72% dei Commissari.

Hanno utilizzato la griglia il 4,7%

I risultati del 2012 in Umbria

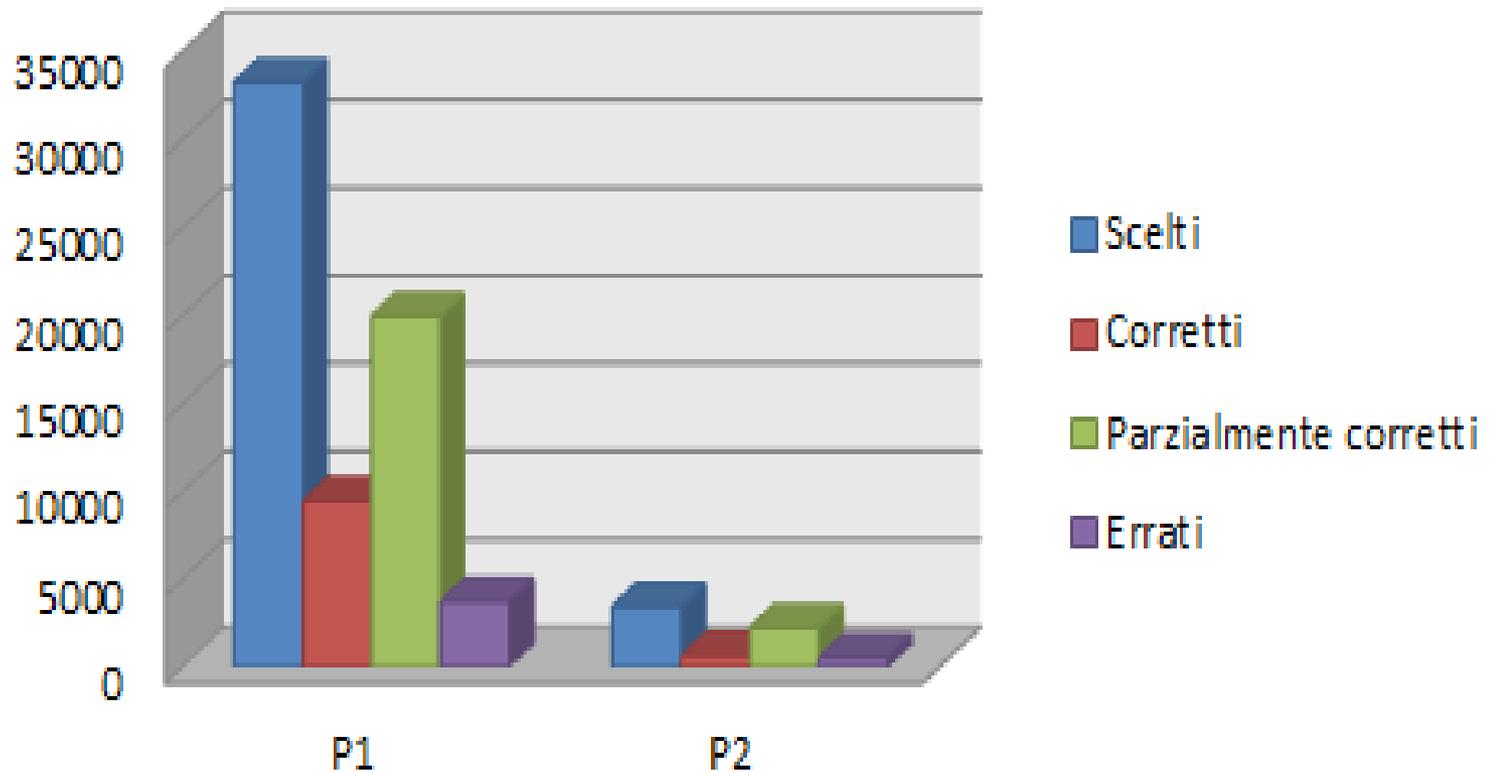


Hanno risposto al questionario il 73,6% dei Commissari.

Hanno utilizzato la griglia il 39,6%

L'Umbria ha rappresentato l'1,7% del dato nazionale.

Problemi Ordinamento



Problema 1- Ordinamento

Siano f e g le funzioni definite, per tutti gli x reali, da

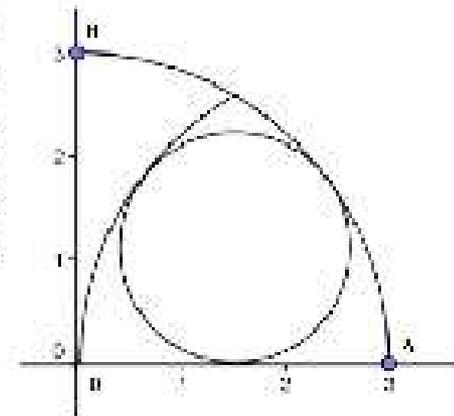
$$f(x) = |27x^3| \quad \text{e} \quad g(x) = \text{sen}\left(\frac{3}{2}\pi x\right)$$

1. Qual è il periodo della funzione g ? Si studino f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici G_f e G_g in un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy .
2. Si scrivano le equazioni delle rette r e s tangenti, rispettivamente, a G_f e a G_g nel punto di ascissa $x = \frac{1}{3}$. Qual è l'ampiezza, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto formato da r e da s ?
3. Sia R la regione delimitata da G_f e da G_g . Si calcoli l'area di R .
4. La regione R , ruotando attorno all'asse x , genera il solido S e, ruotando attorno all'asse y , il solido T . Si scrivano, spiegandone il perchè, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi di S e di T .

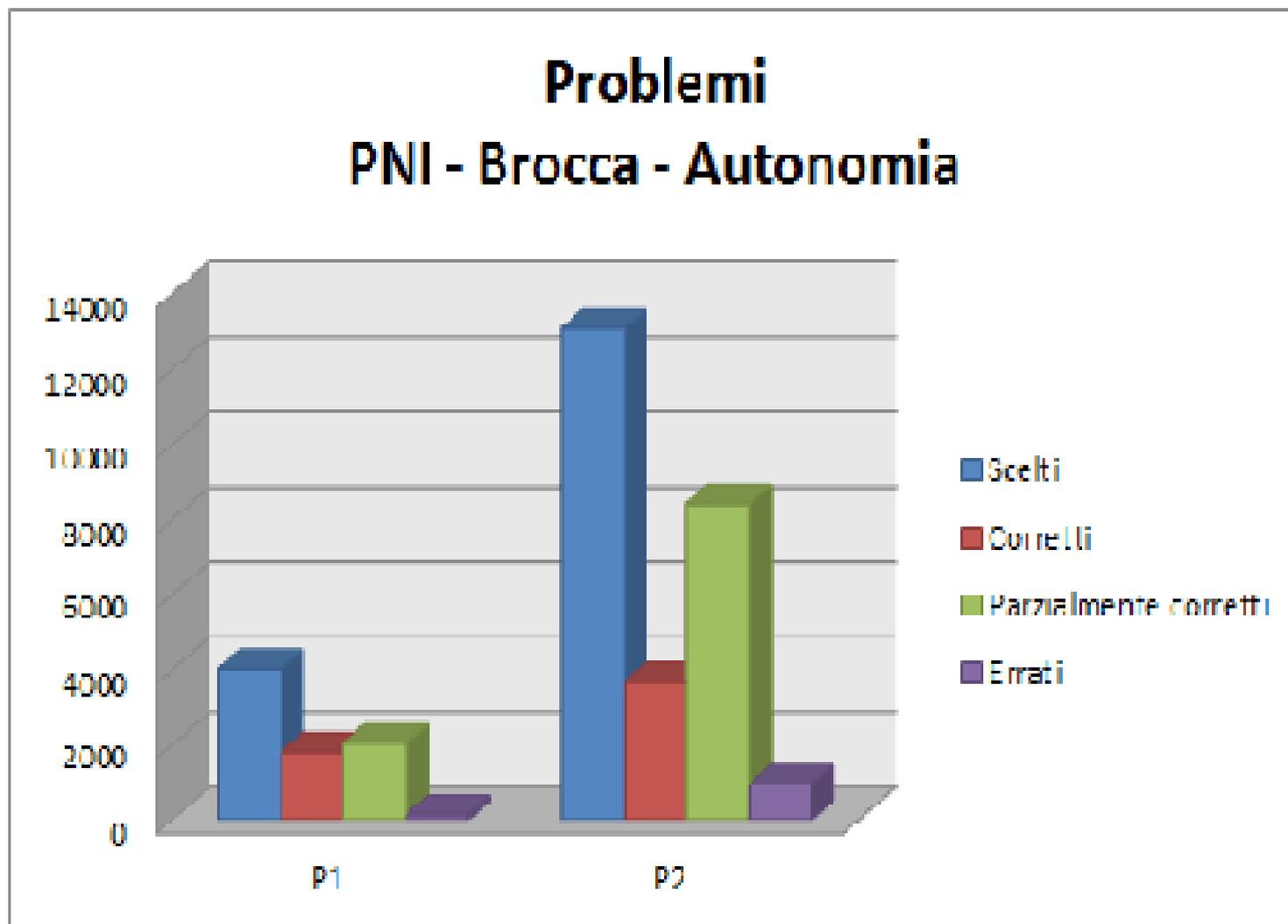
Problema 2- Ordinamento

Nel primo quadrante del sistema di riferimento Oxy sono assegnati l'arco di circonferenza di centro O e estremi $A(3, 0)$ e $B(0, 3)$ e l'arco L della parabola d'equazione $x^2 = 9 - 6y$ i cui estremi sono il punto A e il punto $(0, 3/2)$.

1. Sia r la retta tangente in A a L . Si calcoli l'area di ciascuna delle due parti in cui r divide la regione R racchiusa tra L e l'arco AB .
2. La regione R è la base di un solido W le cui sezioni, ottenute tagliando W con piani perpendicolari all'asse x , hanno, per ogni $0 \leq x \leq 3$, area $S(x) = e^{5-3x}$. Si determini il volume di W .
3. Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione di R intorno all'asse x .
4. Si provi che l'arco L è il luogo geometrico descritto dai centri delle circonferenze tangenti internamente all'arco AB e all'asse x . Infine, tra le circonferenze di cui L è il luogo dei centri si determini quella che risulta tangente anche all'arco di circonferenza di centro A e raggio 3 , come nella figura a lato.

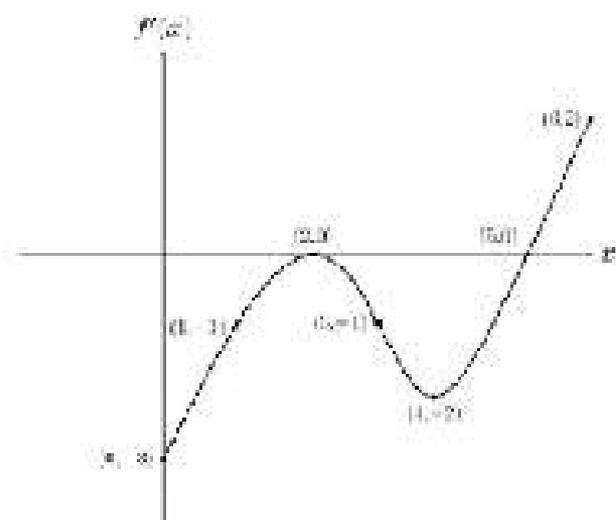


Scelta dei problemi 2



Problema 1- P.N.I.

Della funzione f , definita per $0 \leq x \leq 6$, si sa che è dotata di derivata prima e seconda e che il grafico della sua derivata $f'(x)$, disegnato a lato, presenta due tangenti orizzontali per $x = 2$ e $x = 4$. Si sa anche che $f(0) = 9$, $f(3) = 6$ e $f(5) = 3$.



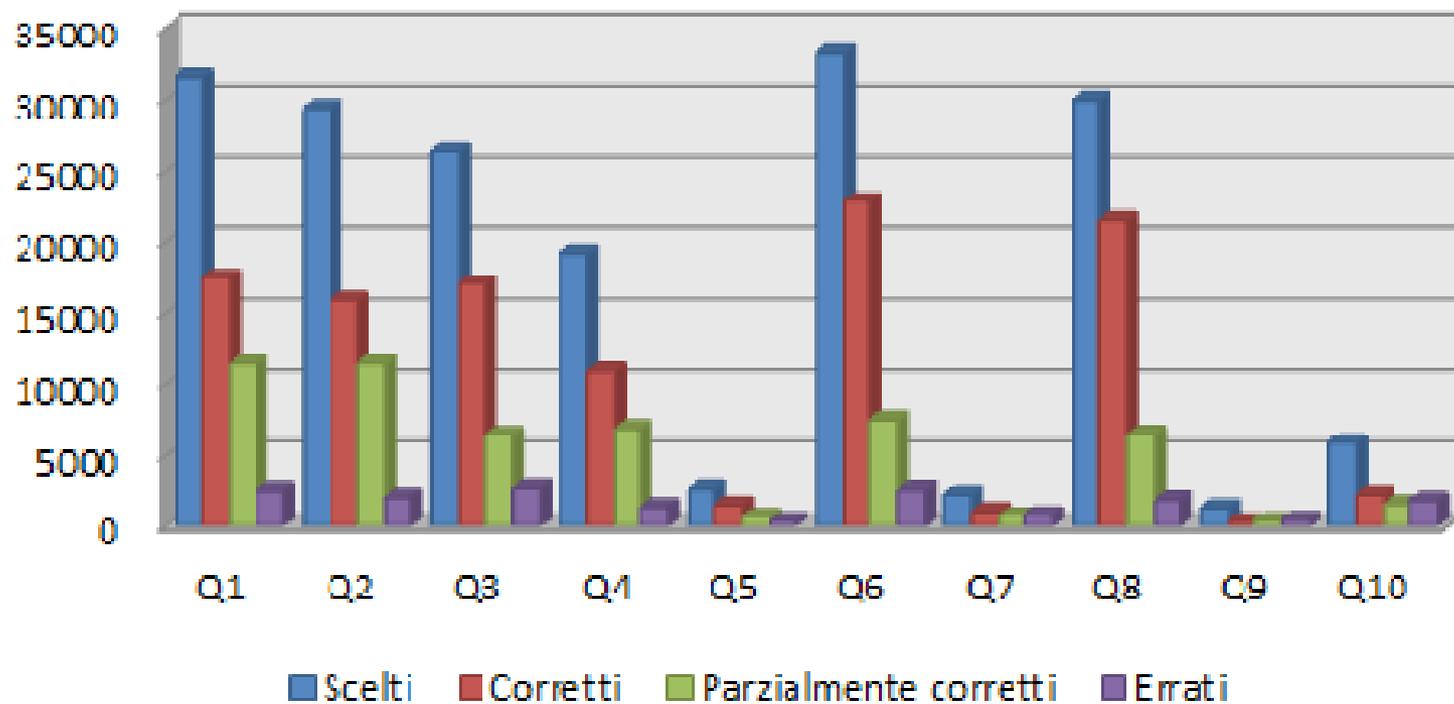
1. Si trovino le ascisse dei punti di flesso di f motivando le risposte in modo esauriente.
2. Per quale valore di x la funzione f presenta il suo minimo assoluto? Sapendo che $\int_0^6 f'(t) dt = -5$ per quale valore di x la funzione f presenta il suo massimo assoluto?
3. Sulla base delle informazioni note, quale andamento potrebbe avere il grafico di f ?
4. Sia g la funzione definita da $g(x) = x f'(x)$. Si trovino le equazioni delle rette tangenti ai grafici di f e di g nei rispettivi punti di ascissa $x = 3$ e si determini la misura, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto che esse formano.

Problema 2- P.N.I.

Siano f e g le funzioni definite da $f(x) = e^x$ e $g(x) = \ln x$.

1. Fissato un riferimento cartesiano Oxy , si disegnino i grafici di f e di g e si calcoli l'area della regione R che essi delimitano tra $x = \frac{1}{2}$ e $x = 1$.
2. La regione R , ruotando attorno all'asse x , genera il solido S e, ruotando attorno all'asse y , il solido T . Si scrivano, spiegandone il perché, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi di S e di T .
3. Fissato $x_0 > 0$, si considerino le rette r e s tangenti ai grafici di f e di g nei rispettivi punti di ascissa x_0 . Si dimostri che esiste un solo x_0 per il quale r e s sono parallele. Di tale valore x_0 si calcoli un'approssimazione arrotondata ai centesimi.
4. Sia $h(x) = f(x) - g(x)$. Per quali valori di x la funzione $h(x)$ presenta, nell'intervallo chiuso $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$, il minimo e il massimo assoluti? Si illustri il ragionamento seguito.

Quesiti Ordinamento



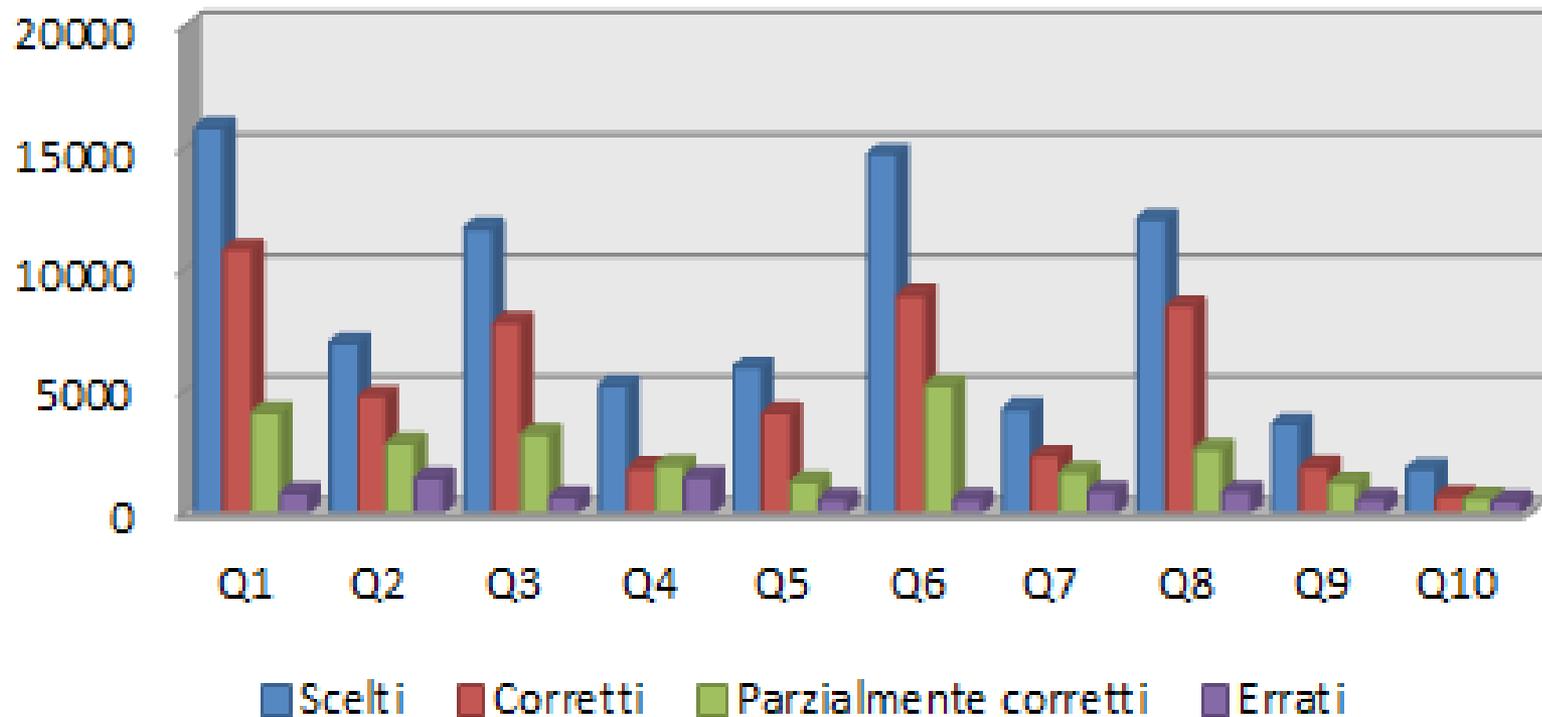
I quesiti meno scelti

Ordinamento

5. Siano dati nello spazio n punti $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. Quanti sono i segmenti che li congiungono a due a due? Quanti i triangoli che hanno per vertici questi punti (supposto che nessuna terna sia allineata)? Quanti i tetraedri (supposto che nessuna quaterna sia complanare)?
9. Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B , situati dalla stessa parte rispetto ad una retta r , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.
7. È dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h . Si determini l'ampiezza dell'angolo α formato da l e da h .

Quesiti

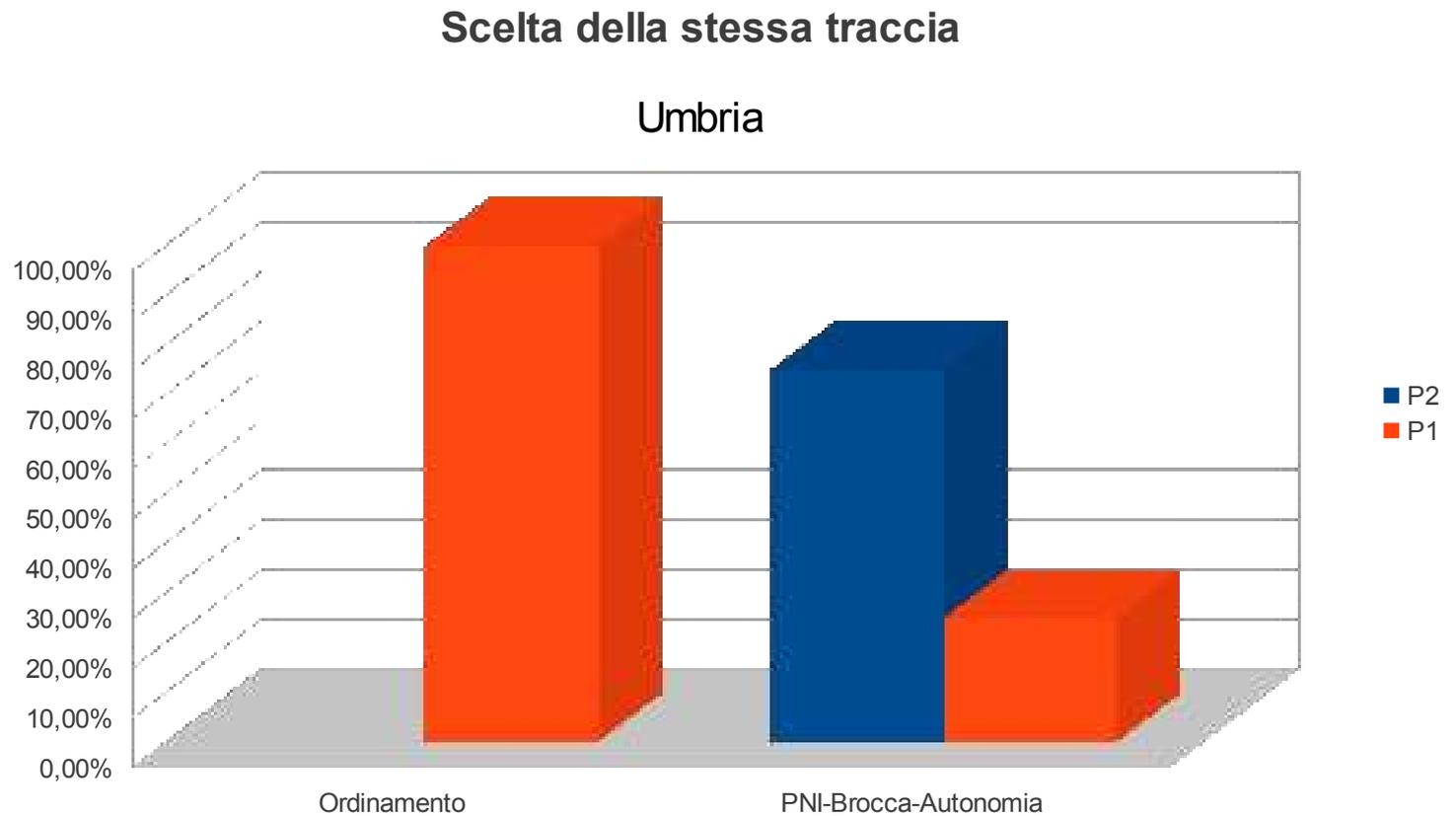
PNI - Brocca - Autonomia



I quesiti meno scelti P.N.I.

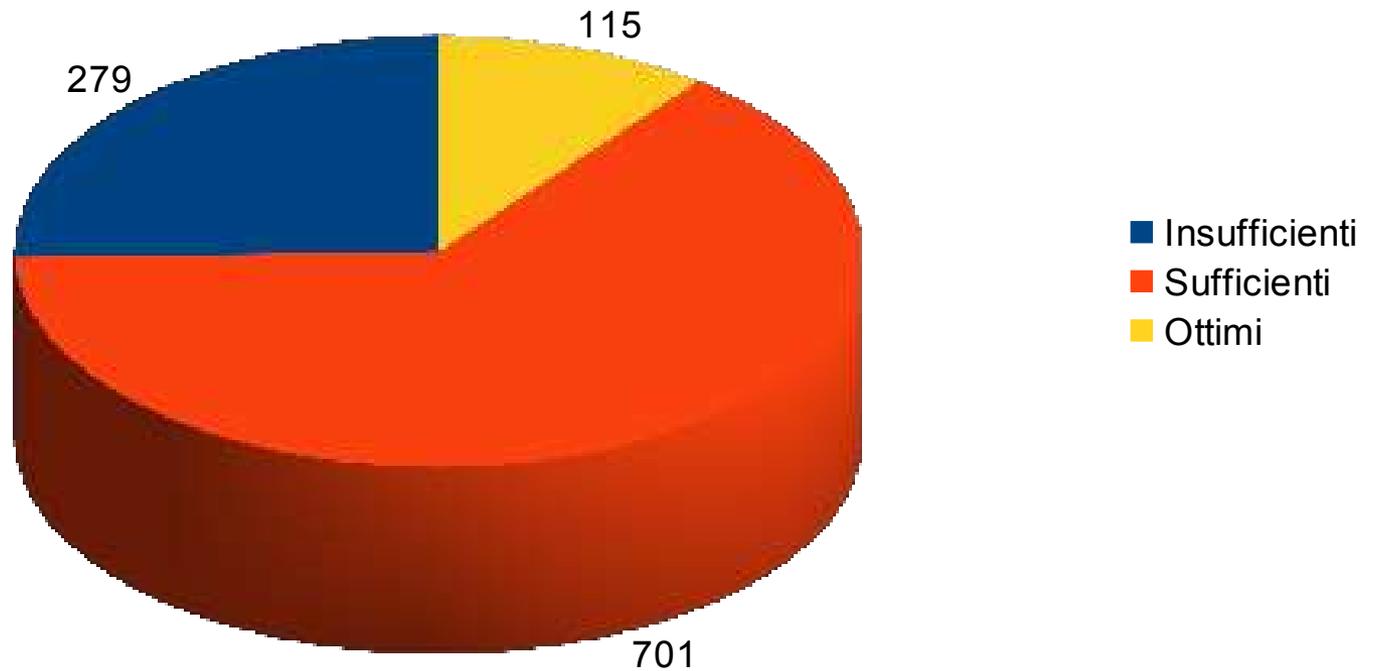
4. L'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri razionali sono insiemi equipotenti? Si giustifichi la risposta.
7. È dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h . Si determini l'ampiezza dell'angolo α formato da l e da h .
9. Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B , situati dalla stessa parte rispetto ad una retta r , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.
10. Si provi che fra tutti i coni circolari retti circoscritti ad una sfera di raggio r , quello di minima area laterale ha il vertice che dista $r\sqrt{2}$ dalla superficie sferica.

Scelta della stessa traccia



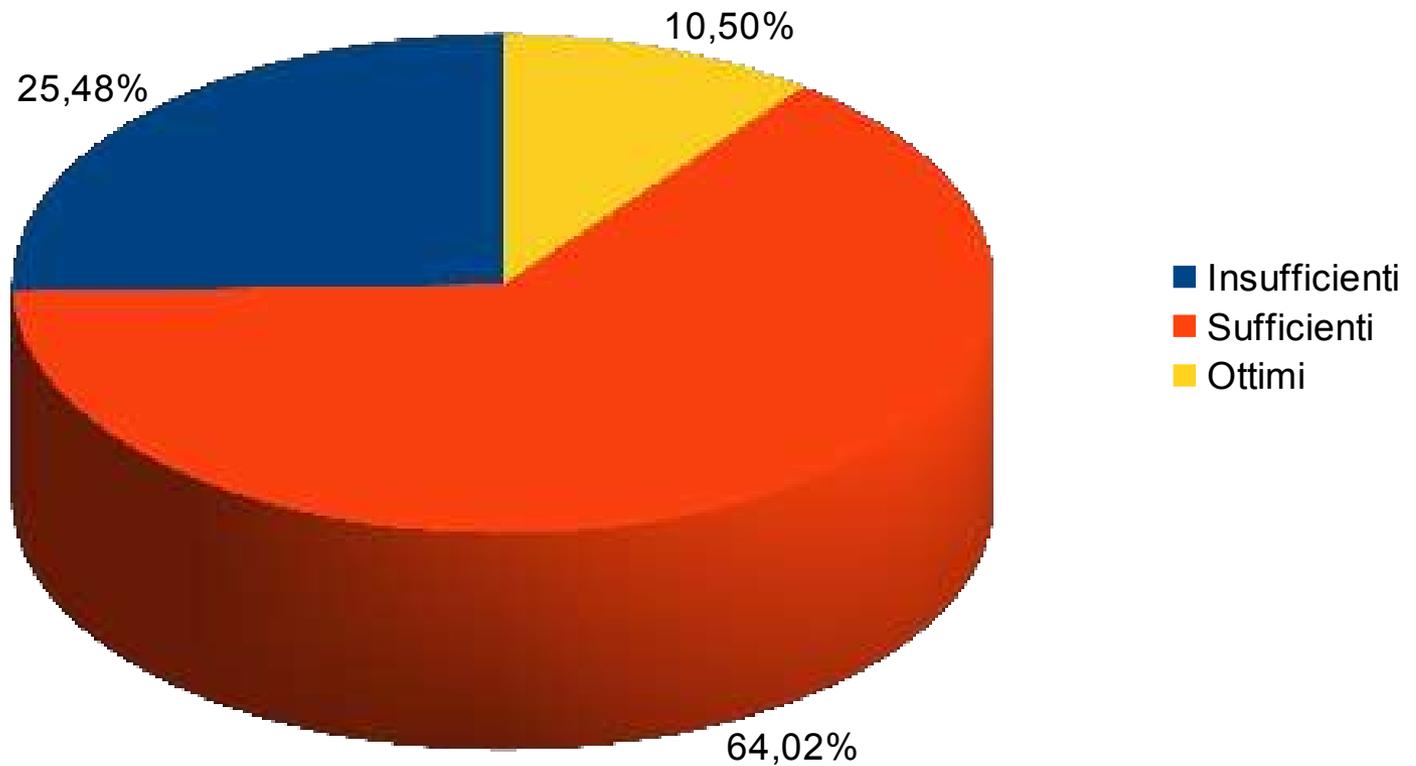
Valutazione studenti umbri

Valutazione Studenti



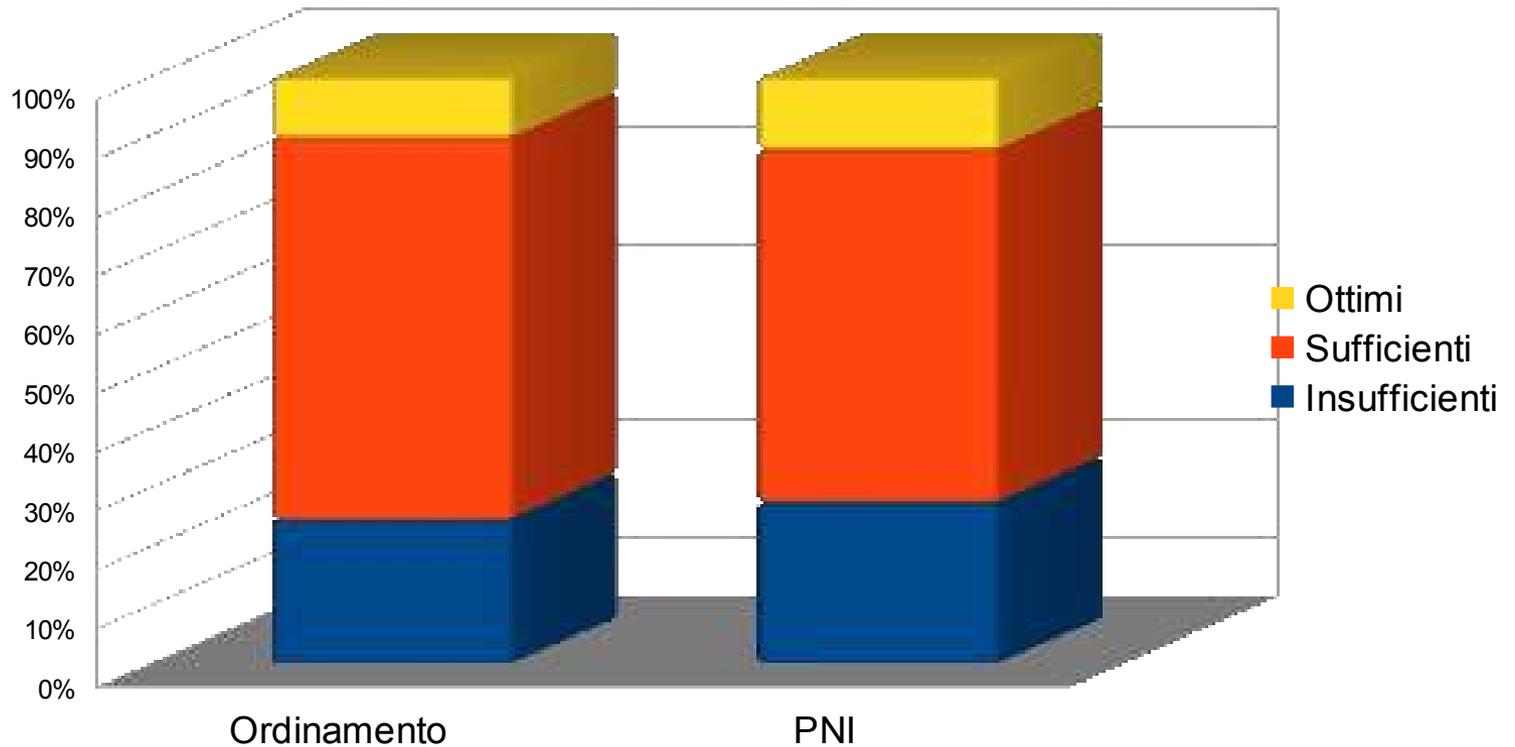
Valutazione studenti umbri

Valutazione Studenti



Valutazione studenti umbri

Valutazione Studenti



Valutazione studenti umbri

	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi	Totale
Ordinamento	159	418	66	643
PNI	96	209	43	348

Uniformità di giudizio

Con Griglia

	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi
media	19.81%	67.33%	12.86%
dev standard	8.46%	7.64%	4.73%

No Griglia

	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi
media	20.96%	67.74%	11.29%
dev standard	7.90%	8.73%	3.49%

Risultati valutazione ultimi 3 anni

2010	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi
media	19.70%	65.95%	14.35%
dev standard	7.65%	5.34%	3.09%
2011	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi
media	35.24%	58.68%	6.08%
dev standard	6.83%	6.24%	1.03%
2012	Insufficienti	Sufficienti	Ottimi
Media	21.39%	66.19%	12.42%
dev standard	7.91%	7.29%	2.65%

Commenti prove 2011

Il 72% dei commissari ha ritenuto opportuno esprimere un commento.

- Molti docenti affermano che il punto 4 del problema 2 e il quesito 9 non erano coerenti con il programma svolto.
- Non sempre la formulazione dei quesiti risulta familiare agli studenti perché sono presenti quesiti di carattere storico e di geometria solida.
- Complessa, ma giusta per rilevare la preparazione degli studenti.
- Alcuni docenti affermano che il secondo problema era in generale più complicato del primo.

Commenti prove 2012

Solo l'11% dei commissari ha ritenuto opportuno esprimere un commento.

Possibili interpretazioni:

La traccia d'esame non richiede particolari riflessioni

Il questionario è sufficientemente esaustivo.

- La quasi totalità ha comunque ritenuto la prova idonea alla preparazione degli allievi.
- Mancanza del classico studio di funzione.
- Un docente consiglia di rendere obbligatoria la griglia allegata alla prova d'esame.

ALCUNI QUESITI DI CARATTERE STORICO- CULTURALE NELL'ESAME DI STATO

Nelle prove d'esame di matematica degli anni recenti si sono presentate con una certa regolarità alcune domande (spesso all'interno del questionario) caratterizzate da un particolare spessore storico-culturale.

Reazioni degli studenti

- In pochi le hanno svolte, regolarmente questi quesiti sono risultati agli ultimi posti per numero di scelte, compresi anche i temi che si sono presentati in più occasioni.
- Da parte del pubblico e dei vari osservatori (solutori “ufficiali“, commentatori, luminari, etc.):
- le varie risposte pubblicate appaiono per lo più sbrigative, schematiche, riduttive;
- la reazione è stata più spesso di fastidio per la riproposizione delle questioni che non di interesse o di apprezzamento per le sollecitazioni culturali proposte, spesso rimaste in ombre.

Reazioni degli insegnanti

- Frequente lamentela per la difficoltà a trattare aspetti storico-critici in classe;
- frequente lamentela per la difficoltà ad individuare la risposta attesa ed esprimere una valutazione degli svolgimenti;
- raro apprezzamento per le sollecitazioni culturali proposte.

Per concludere

La matematica altro non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Egbertus Jan Brouwer (1881-1966)

Grazie per l'attenzione